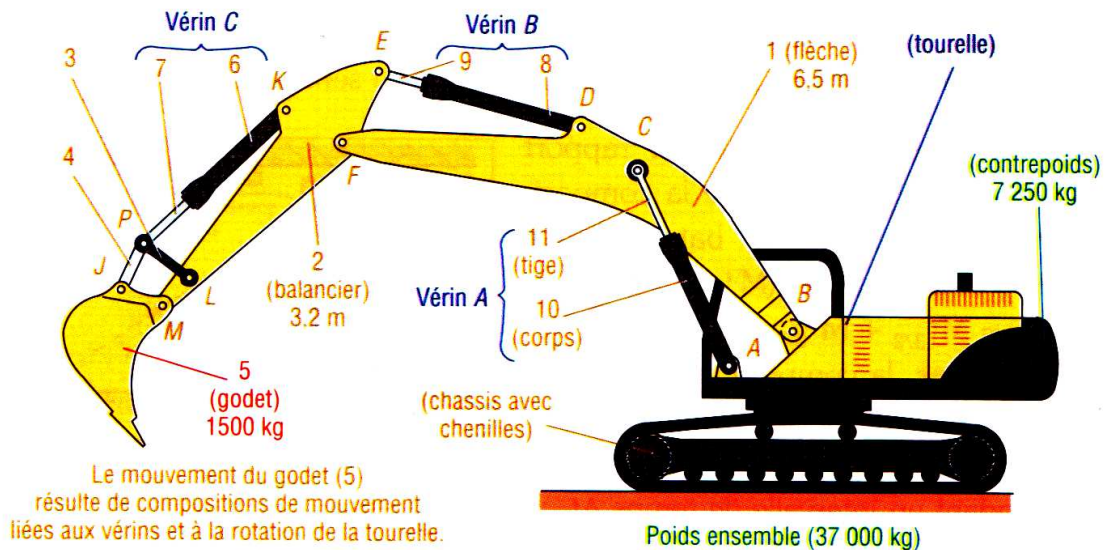


**CINÉMATIQUE : COMPOSITION DE
MOUVEMENTS****Objectifs du COURS :**

Ce cours traitera essentiellement les points suivants :

- Définir et décrire la notion de composition de mouvements
- Donner et développer les relations concernant la composition des vitesses

L'étude de la composition de mouvements s'appelle aussi mouvements relatifs. Il y a composition de mouvements lorsque le mouvement d'un premier solide se fait par rapport à un deuxième solide, lui aussi en mouvement par rapport à un troisième. Ce phénomène est fréquent dans les mécanismes constitués de chaînes de solides en liaisons successives ou quand le mouvement d'un solide par rapport à un autre se fait avec glissement.

Par exemple, pour la pelle hydraulique ci-dessus le mouvement du godet 5 par rapport au sol 0 résulte, ou est le composé, des quatre rotations simultanées possibles :

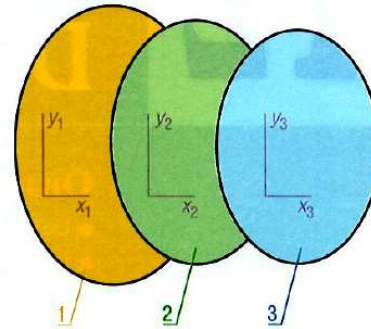
(godet 5 / balancier 2) + (balancier 2 / flèche 1) + (flèche 1 / tourelle 0) + (tourelle / châssis).

Nous nous limiterons à des études planes.

GÉNÉRALITÉS

DÉFINITIONS

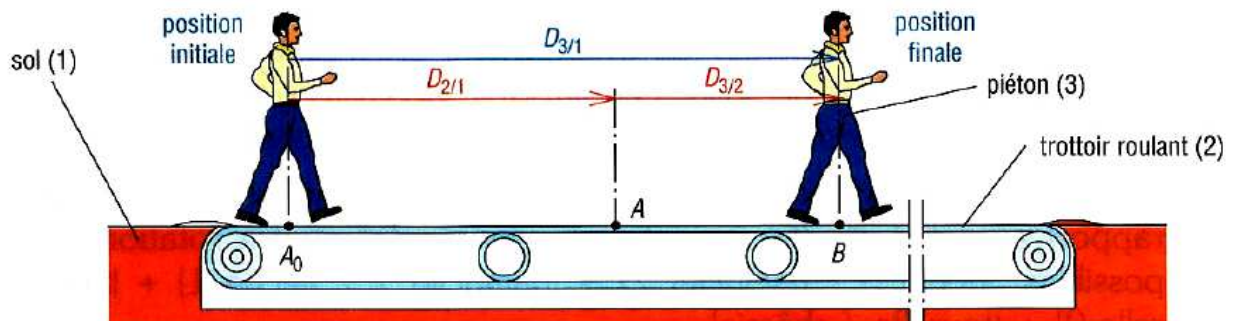
Soit un solide (3) en mouvement par rapport à un deuxième solide (2), lui-même en mouvement par rapport à un troisième solide (1). Le mouvement du solide (3) par rapport au solide (1) est le composé des deux mouvements précédents. On dit qu'il y a composition de mouvements entre les solides 1, 2 et 3.



Autrement dit : $Mvt_{3/1} = Mvt_{3/2} + Mvt_{2/1}$

EXEMPLE 1

Prenons le cas d'un piéton (3) qui marche sur un trottoir roulant (2), (3) et (2) avancent dans le même sens par rapport au sol (1).



Il y a composition de mouvements entre les trois mouvements $Mvt_{3/1}$, $Mvt_{3/2}$ et $Mvt_{2/1}$.

Le mouvement du piéton par rapport au sol ($Mvt_{3/1}$) est le composé des deux autres :

$Mvt_{3/1} = Mvt_{3/2} + Mvt_{2/1}$

Si $D_{2/1} = A_0A = 3$ m mesure le déplacement du trottoir pendant un intervalle de temps Δt et $D_{3/2} = AB = 2$ m, le déplacement correspondant du piéton sur le trottoir, le piéton aura parcouru :

$D_{3/1} = D_{3/2} + D_{2/1} = 5$ m par rapport au sol.

EXEMPLE 2

Un bateau (3) traverse un fleuve (2) en partant du point A et en visant un point B sur l'autre rive (1), perpendiculairement au sens du courant.

Le mouvement du bateau par rapport aux rives ($Mvt_{3/1}$) résulte de la composition des mouvements bateau/fleuve ($Mvt_{3/2}$) et fleuve/rive ($Mvt_{2/1}$).

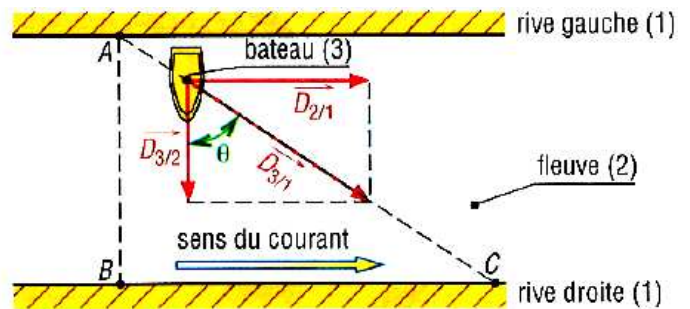
Dans ce cas, la composition de mouvements s'effectue de façon vectorielle :

$$\vec{D}_{3/1} = \vec{D}_{3/2} + \vec{D}_{2/1}$$

Si pendant un intervalle de temps Δt ,

$$D_{3/2} = 3 \text{ m}, D_{2/1} = 4 \text{ m} \text{ alors } D_{3/1} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$\text{et } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^\circ$$



Analogie avec la relation de Chasles :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$$

REMARQUES

Les mouvements de solides sont parfois classifiés en mouvements absolus, relatifs et d'entraînement (voir cours de cinématique en première).

Pour les deux exemples précédents, les mouvements $Mvt_{2/1}$ et $Mvt_{3/1}$ sont des mouvements absolus et $Mvt_{3/2}$ un mouvement relatif.

La terre, est un repère absolu et (2) un repère relatif.

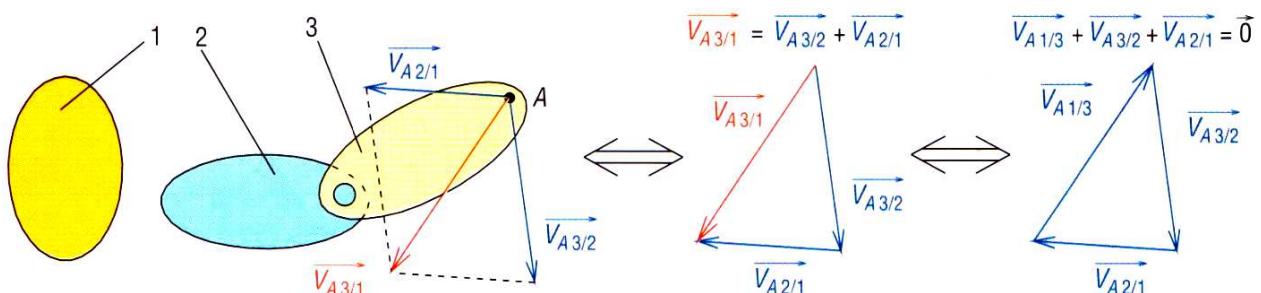
Dans les cas, $Mvt_{2/1}$ est aussi appelé mouvement d'entraînement dans la mesure où il y a phénomène d'entraînement de 3 par 2.

COMPOSITION DES VITESSES

RELATION ENTRE LES VITESSES EN UN POINT

Soit un point A appartenant à un solide (3) en mouvement par rapport à un solide (2) lui-même en mouvement par rapport au solide (1). Au point A, on peut écrire la relation de composition des vitesses suivantes :

$$\vec{V}_{A3/1} = \vec{V}_{A3/2} + \vec{V}_{A2/1}$$



REMARQUES

La relation peut être généralisée à autant de solides qu'il est nécessaire.
Par exemple, pour cinq solides 1, 2, 3, 4 et 5 en mouvements relatifs :

$$\overrightarrow{V_{A5/1}} = \overrightarrow{V_{A5/4}} + \overrightarrow{V_{A4/3}} + \overrightarrow{V_{A3/2}} + \overrightarrow{V_{A2/1}}$$

Dans l'écriture de la relation, les chiffres se succèdent les uns aux autres.

Il est toujours possible de remplacer une vitesse inconnue ($\overrightarrow{V_{A2/1}}$ par exemple) par deux autre vitesses connues, en utilisant un solide intermédiaire K.

$$\overrightarrow{V_{A5/1}} = \overrightarrow{V_{A5/4}} + \overrightarrow{V_{A4/3}} + \overrightarrow{V_{A3/2}} + \overrightarrow{V_{A2/K}} + \overrightarrow{V_{AK/1}}$$

En notant que $\overrightarrow{V_{A3/1}} = -\overrightarrow{V_{A1/3}}$ la relation peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\overrightarrow{V_{A1/3}} + \overrightarrow{V_{A3/2}} + \overrightarrow{V_{A2/1}} = \overrightarrow{V_{A1/1}} = \vec{0}$$

RELATION DE COMPOSITION ENTRE LES VITESSES ANGULAIRES

Le raisonnement est identique, si $\omega_{3/1}$, $\omega_{3/2}$ et $\omega_{2/1}$ sont les vitesses angulaires des solides 1, 2 et 3 en mouvements relatifs, on peut écrire la relation de composition :

$$\omega_{3/1} = \omega_{3/2} + \omega_{2/1}$$

Les remarques sont les mêmes qu'au paragraphe précédent, la relation peut être généralisée à n solides.