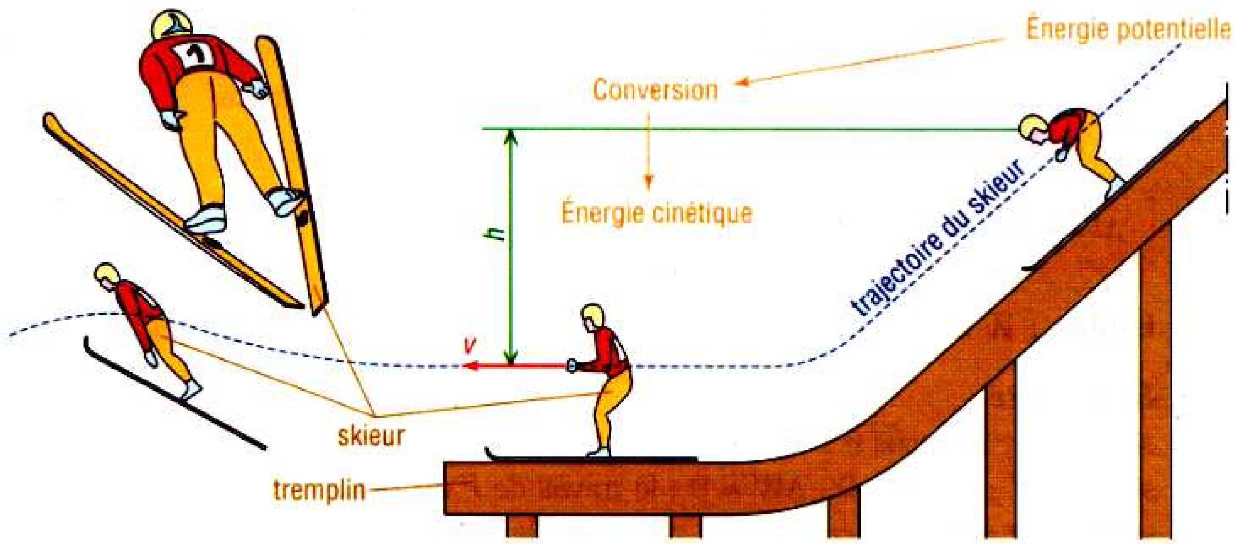
ÉNERGÉTIQUE : ÉNERGIE POTENTIELLE ET ÉNERGIE CINÉTIQUE



Objectifs du COURS :

Ce cours traitera essentiellement les points suivants :

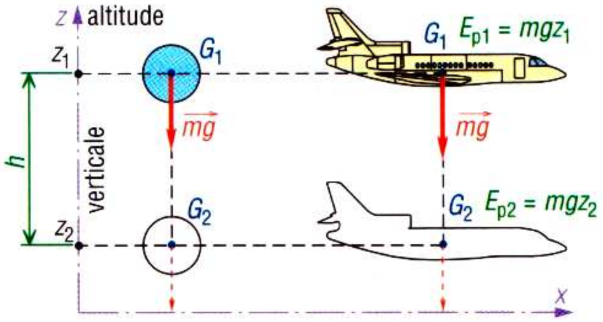
- Énergie potentielle :
  - énergie potentielle de pesanteur
  - énergie potentielle élastique
- Énergie cinétique :
  - solide en translation rectiligne
  - solide en rotation par rapport à un axe fixe
  - solide en mouvement plan

ÉNERGIE POTENTIELLE (E_p)

Dans le cas d'un travail effectué par les forces de pesanteur ou par des forces engendrées par des ressorts, on parle d'énergie potentielle. Cette notion simplifie l'analyse des problèmes. Pour ces cas, le travail réalisé est indépendant des trajectoires et dépend uniquement des positions initiale et finale des forces encore appelées forces conservatrices.

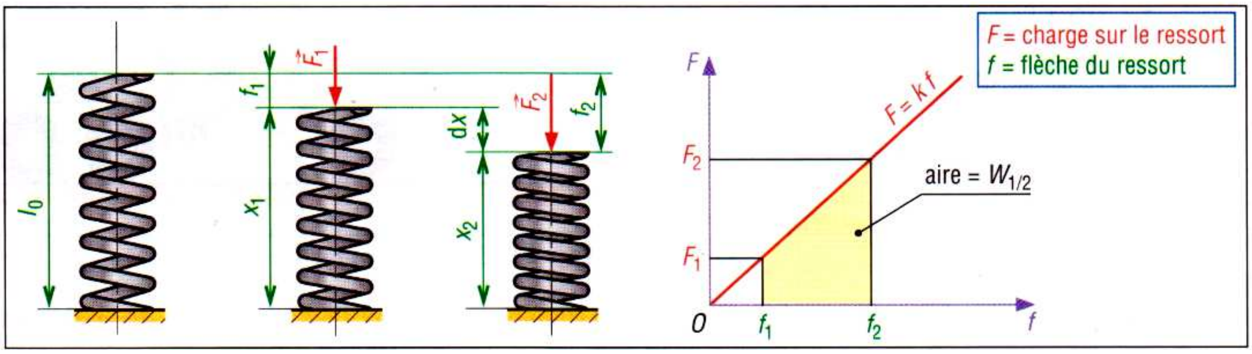
ÉNERGIE POTENTIELLE DE PESANTEUR

L'énergie potentielle dépend de l'altitude ***z*** de l'objet, plus l'objet est haut et plus il y a d'énergie potentielle.



$$E_p = mgz$$
$$E_{p1} - E_{p2} = mg\,(z_1 - z_2) = mgh$$

ÉNERGIE POTENTIELLE ÉLASTIQUE



Charge sur le ressort :

$$F = kf = k\,(l_0 - x)$$

avec l_0 longueur libre ou longueur au repos ; ***x*** longueur du ressort sous charge ; ***f*** déformation ou flèche du ressort ; ***k*** raideur du ressort.

Énergie potentielle du ressort :

$$E_p = \frac{kf^2}{2}\ ;\ E_{p2} - E_{p1} = \frac{k}{2}\,(f_2^2 - f_1^2)$$

avec E_p en J ; *k* en $N.m^{-1}$; *f* en m

La compression du ressort permet d'accumuler de l'énergie potentielle. Pour les ressorts de torsion :

$$E_p = \frac{1}{2}k\alpha^2$$

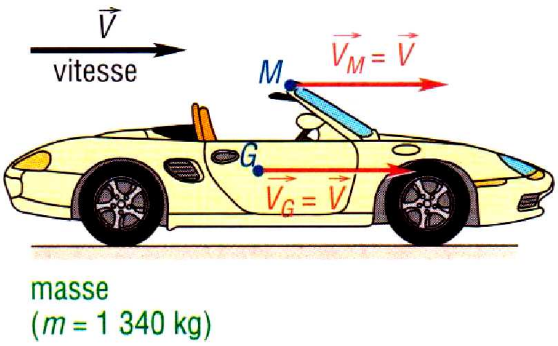
avec α (angle d'enroulement) en rad ; k en Nm.rad^{-1}

ÉNERGIE CINÉTIQUE (E_c)

On peut considérer l'énergie cinétique comme étant une sorte d'énergie potentielle liée à la vitesse de déplacement. Plus un solide se déplace rapidement, plus il accumule de l'énergie cinétique.

SOLIDE EN TRANSLATION RECTILIGNE

Tous les points du solide se déplacent à la même vitesse.
L'énergie cinétique d'un solide en translation rectiligne est égale à la moitié du produit de la masse *m* du solide par le carré de sa vitesse *V*.

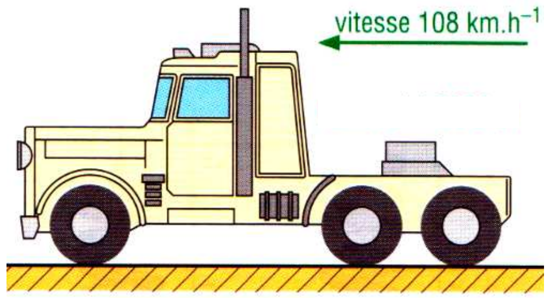


$$Ec = T = \frac{1}{2} mV^2$$

avec E_k en J ; m en kg ; V en m.s^{-1}

Exemple :

Calculons l'énergie cinétique d'un camion de 14 t roulant à 108 km.h^{-1}.



$$V = \frac{108}{3,6} = 30 \text{ m.s}^{-1}$$

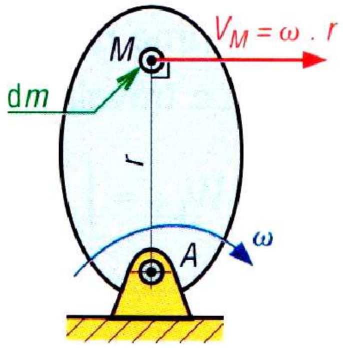
$$E_c = \frac{1}{2} \times 14000 \times 30^2 = 6\,300\,000 \text{ J}$$

soit 6 300 kJ.

Remarques :

Si la vitesse du véhicule est divisée par deux, l'énergie cinétique est divisée par 4 et inversement. Le travail des freins consiste à absorber l'énergie cinétique pour ralentir le véhicule. En cas de chocs, l'énergie cinétique accumulée est brutalement convertie en déformations (carosserie, …).

SOLIDE EN ROTATION PAR RAPPORT À UN AXE FIXE



Pour l'élément ***M*** de masse ***dm*** dont la vitesse est $\boldsymbol{V_M = \varpi r}$,

l'énergie cinétique est $E_c = \frac{1}{2}(\varpi r)^2 \, dm = \frac{1}{2}\varpi^2 r^2 \, dm$

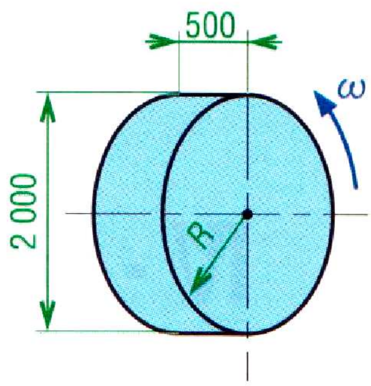
Pour l'ensemble du solide : $E_c = \frac{1}{2}\varpi 2 \, \Sigma \, r^2 \, dm$

Le terme $\boldsymbol{J} = \Sigma \, r^2 \, dm$ représente le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation.
L'énergie cinétique d'un solide en rotation est égale à la moitié du produit du moment d'inertie ***J*** du solide (par rapport à son axe de rotation) par le carré de sa vitesse angulaire $\boldsymbol{\varpi}$.

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} J\varpi^2}$$

avec E_c en J ; J en m^2.kg ; ϖ en rad.s^{-1}

Exemple :



Sachant que la masse volumique de l'acier est
$\rho = 7\ 800$ kg.m^{-3}
Déterminons l'énergie cinétique d'un volant de presse cylindrique (∅ 2 m, h = 0,5 m) tournant à 1 000 tr.min^{-1} autour de son axe de révolution.

m = masse du volant = masse volumique x volume
$m = \rho \times (\pi R^2 h) = 7\ 800 \times \pi \times 1^2 \times 0{,}5 = 12\ 252$ kg

$$J = \frac{mR^2}{2} = \frac{12252 x 1^2}{2} = 6\ 126 \ m^2.kg$$

$$E_c = \frac{1}{2} J\varpi^2 = 33\ 590 \ kJ$$

SOLIDE EN MOUVEMENT PLAN

Définition 1 :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m \, V_G^2 + \frac{1}{2} J_G \varpi^2}$$

V_G : vitesse du centre de gravité G du solide (m.s^{-1})
ϖ : vitesse angulaire du solide (rad.s^{-1})
m : masse du solide (kg)
J_G : mouvement d'inertie du solide par rapport à un axe perpendiculaire au plan du mouvement et passant par G (m^2.kg)

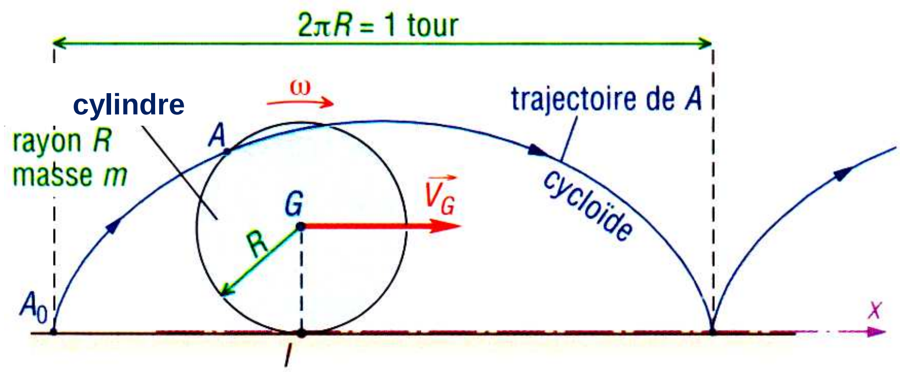
Définition 2 :

$$E_c = \frac{1}{2} J_I \text{ avec } J_I = J_G + m\,AG^2$$

Le point ***I*** est le CIR du mouvement et ***J*** le moment d'inertie par rapport à l'axe instantané de rotation (axe passant par I et perpendiculaire au plan du mouvement).

Exemple :

Prenons le cas d'un cylindre, de masse m = 3 kg, de $\varnothing$ = 500 mm , roulant sans glisser sur un plan horizontal à la vitesse angulaire ϖ = 5 rad.s^{-1}. Le mouvement étant un mouvement plan de CIR *I*.
Déterminons son énergie cinétique.



$V_G = \varpi R = 5 \times 0,5 = 2,5$ m.s^{-1}

$$J_G = \frac{mR^2}{2} = \frac{3x0,5^2}{2} = 0,375 \text{ m}^2.\text{kg}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m\,V_G^2 + \frac{1}{2} J_G\,\varpi^2 = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2,5\right) + \left(\frac{1}{2} \times 0,375 \times 5^2\right) = 3,75 + 4,6875 = 8,0625 \text{ J}$$